

МАЗМҰНЫ

АЛЬЖАНОВ А.Б., ЖУКЕНОВ М.К. Магнитэлектрик-пьезоэлектрик құрылымдардағы электрмагниттік толқындардың таралуы туралы	9
СЕЙТХАНОВА А.Қ., ИСҚАҚОВА А.Б., ИСПУЛОВ Н.А. Термосерпімді жартылай кеністіктердің шекарасындағы байланысқан серпімді және жылулық толқындардың шағылуы туралы	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Толқындық процестерді зерттеуде «Mathematica» (КМЖ) компьютерлік математиканың жүйесі	22
ЭМРЕНОВА Г.Ж., ЕРТАЙ Е., ХАМИТОВ М.Х. Дифференциалдық теңдеудің оң периодты шешімі	27
ЖҰМАБАЕВ Д.С., АСАНОВА А.Т. Екінші ретті гиперболалық теңдеулер жүйелері үшін импульстік әсері туралы	32
АРИНОВ Е, СӘРСЕНБАЕВ Ж. Е. Иілімді біртекті емес тау-кен жыныстарының горизонтальді қуыс маңайындағы осесимметриялы серпімді-иілімді тұрақтылығының өртүрлі формадағы жазықты орнықтылығының бұзылуы	41
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСҚАҚОВА А.Б. Анизотропты орталардың ромбылық және гексагоналдық кластардағы термосерпімді толқындардың дифференциалдық теңдеулердің жүйесін, матрицант құрылымын және дисперсия теңдеулерін құру туралы	50
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.Қ. Біртекті изотропты ортадағы рэлей толқындардың таралуы туралы	58
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ. Пьезокристалдардағы таралатын электросерпімді толқындардың коэффициенттер матрицасы талдауы туралы	65
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., БЕЛЯЛОВА А.Б. 222 ромб сингониялы пьезокристалдағы электросерпімді толқындардың таралуы туралы	72
ТЛЕУКЕНОВ С.К., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСПУЛОВ Н.А. Анизотропты ортаның триклинды сингониядағы термосерпімді толқындардың таралуы туралы	78
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ЖУКЕНОВ М.Қ. Изотропты және анизотропты диэлектриктердің шекарасындағы электрмагниттік толқындардың шағылу және сыну коэффициенттері туралы	83
ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., ЗЕЙТОВА Ш.С. Анизотропты орталардың тетрагоналды сингонияның 422 классы үшін қозғалыс теңдеулері мен максвелл теңдеулердің фундаменталды шешулердің құрылымын құру	90

ТЛЕУКЕНОВ С.Қ., БЕЛЯЛОВА А.Б. Анизотропты ортаның 422 тетрагоналды сингониядағы электросерпімді толқындардың дисперсия теңдеулері туралы	96
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ДОСАНОВ Т.С., ЖУКЕНОВ М.К.	103
42'2' классына жататын анизотропты орта шекарасында ТМ электромагниттік толқынының шағылуы кезінде энергия ағындарының есептеуі	103
Наши авторы	151
Правила для авторов	154
Правила для авторов	156

СОДЕРЖАНИЕ

АЛЬЖАНОВ А.Б., ЖУКЕНОВ М.К. О распространении электроупругих волн в структуре магнитоэлектрик-пьезоэлектрик	9
СЕЙТХАНОВА А.К., ИСКАКОВА А.Б., ИСПУЛОВ Н.А. Об отражении связанных упругих и тепловых волн на границе анизотропных термоупругих полупространств	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Система компьютерной математики (СКМ) «Mathematica» при изучении волновых процессов	22
ЭМРЕНОВА Г.Ж., ЕРТАЙ Е., ХАМИТОВ М.Х. Дифференциалдық теңдеудің оң периодты шешімі	27
ДЖУМАБАЕВ Д.С., АСАНОВА А.Т. Об импульсном воздействии для систем гиперболических уравнений второго порядка	32
АРИНОВ Е., САРСЕНБАЕВ Ж.Е. О различных формах плоской потери устойчивости осесимметричного упругопластического равновесия пластического неоднородного массива горных пород	41
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСКАКОВА А.Б. О построении системы дифференциальных уравнений, структуры матрицанта и уравнений дисперсии термоупругих волн в анизотропных средах ромбической и гексагональной классов	50
ИСПУЛОВ Н.А., СЕЙТХАНОВА А.К. О распространении рэлеевских волн в неоднородной изотропной среде	58
ТЛЕУКЕНОВ С.К. Об анализе матриц коэффициентов электроупругих волн, распространяющихся в пьезокристаллах	65
ТЛЕУКЕНОВ С.К., БЕЛЯЛОВА А.Б. О распространении электроупругих волн в пьезокристаллах ромбической сингонии 222	72
ТЛЕУКЕНОВ С.К., СЕЙТХАНОВА А.К., ИСПУЛОВ Н.А. О распространении термоупругих волн в анизотропной среде триклинной сингонии	78
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ЖУКЕНОВ М.К. О коэффициентах отражения и преломления электромагнитных волн на границе изотропного и анизотропного диэлектриков	83
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ЗЕЙТОВА Ш.С.	90
Построение структуры фундаментальных решений уравнений движения и уравнений максвелла в случае анизотропных сред тетрагональной сингонии класса 422	90

ТЛЕУКЕНОВ С.К., БЕЛЯЛОВА А.Б.	96
Об уравнениях дисперсии электроупругих волн в анизотропной среде тетрагональной сингонии 422	96
ТЛЕУКЕНОВ С.К., ДОСАНОВ Т.С., ЖУКЕНОВ М.К. Расчет потоков энергии при отражении электромагнитной ТМ волны от анизотропной среды класса 42'2'	103
Наши авторы	151
Правила для авторов	154
Правила для авторов	156

CONTENTS

ALZHANOV A.B., ZHUKENOV M.K. About propagation of electromagnetic waves in structure of magnitoelektrik-piezoelectric material	9
SEYTHANOVA A.K., ISKAKOVA A.B., ISPULOV N.A. About the reflection of the bound elastic and thermal waves on border of thermoelastic semispaces.....	14
АЛЬЖАНОВ А.Б., ДОСУМБЕКОВ К.Р. Application of a mathematical package «Mathematica» in studying of wave processes	22
AMRENOVA G.ZH., ERTAI E., KHAMITOV V.KH. The positive periodic solutions of differential equations	27
DHUMABAEV D.S., ASANOVA A.T. About impulse effect for system of hyperbolic equations of second order	32
ARINOV E., SARSENBAYEV ZH. Y. Various forms of flat loss of stability of asymmetric elastic-plastic equilibrium of plastic heterogeneous massif of rocks around horizontal PIT.....	41
ISPULOV N.A., SEYTHANOVA A.K., ISKAKOVA A.B. About creation of system of differential equations, structures of the matriciant and the equations of dispersion of thermoelastic waves in non-isotropic mediums rhombic and hexagonal classes	50
ISPULOV N.A., SEYTKHANOVA A.K. About propagation rayleigh waves in the non-uniform isotropic medium	58
TLEUKENOV S. About the analysis of matrixes of factors of the electroelastic waves extending in piezocrystals	65
TLEUKENOV S.K., BELYLOVA A.B. About propagation of electroelastic waves in rhombic singoniya's piezocrystals 222	72
TLEUKENOV S.K., SEYTKHANOVA A.K., ISPULOV N.A. About distribution of thermoelastic waves in triklinna singoniya's non-isotropic medium	78
TLEUKENOV S.K., ZHUKENOV M.K. Reflectivities and refractives of an electromagnetic waves on border of an isotropic dielectric and anisotropic of a dielectric	83
TLEUKENOV S.K., ZEITOVA SH. Creation of structure of fundamental solutions of equations of motion and maxwell's equations in case of tetragonal singoniya's non-isotropic mediums of the class 422	90
TLEUKENOV S.K., BELYLOVA A.B. About the equations of dispersion of electroelastic waves in tetragonal singony's non-isotropic medium 422	96

TLEUKENOV S.K., DOSANOV T.S., ZHUKENOV M. K. Calculation of streams of energy at reflection electromagnetic TM waves from the anisotropic environment of the class 42'2'	103
--	-----

Наши авторы	151
Правила для авторов	154
Правила для авторов.....	156

УДК 534.2:539.3

А.Б. АЛЬЖАНОВ, М.К. ЖУКЕНОВ
О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОУПРУГИХ ВОЛН В
СТРУКТУРЕ МАГНИТОЭЛЕКТРИК-ПЬЕЗОЭЛЕКТРИК

1. Уравнения движения упругих анизотропных сред и уравнений Максвелла для электромагнитных волн для сред с указанными свойствами, могут быть приведены к системам уравнений 1-го порядка:

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B_1 \vec{W} \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B_2 \vec{W} \quad (2)$$

Вектор \vec{W} имеет следующие компоненты:

$$\vec{W} = (U_z, \sigma_{zz}, U_x, \sigma_{xz}, U_y, \sigma_{yz}, E_y, H_x, H_y, E_x) \quad (3)$$

Учет малости толщины слоев ($\lambda \gg h_1, h_2$) и представление уравнений (1) и (2) в конечно-разностном виде приводит к уравнению:

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B \vec{W} \quad (4)$$

где

$$B = \alpha B_1 + \beta B_2; \quad \alpha = \frac{h_1}{h_1 + h_2}; \quad \beta = \frac{h_2}{h_1 + h_2} \quad (5)$$

Физико-механические свойства рассматриваемых сред учитываются элементами матрицы В.

2. Структура матрицы В в случае гетероструктуры магнитоэлектрик-пьезоэлектрик, при распространении электроупругой волны в направлении неоднородности имеет следующий вид ($k_x = 0, k_y = 0$) [1, 2]:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & b_{37} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{56} & 0 & 0 & 0 & b_{510} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{78} & 0 & b_{710} \\ 0 & 0 & 0 & i\omega b_{37} & 0 & 0 & b_{87} & 0 & b_{89} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -i\omega b_{510} & 0 & -b_{710} & 0 & b_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_{89} & 0 & b_{109} & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Построен матрицант (нормированное решение) системы дифференциальных уравнений 1-го порядка с переменными коэффициентами (4) [3]:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{22} & -t_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -t_{21} & t_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_{44} & -t_{34} & 0 & 0 & \frac{t_{34}}{i\omega} & \frac{t_{74}}{i\omega} & \frac{t_{104}}{i\omega} & -\frac{t_{94}}{i\omega} \\ 0 & 0 & -t_{43} & t_{33} & 0 & 0 & \frac{t_{83}}{i\omega} & -\frac{t_{73}}{i\omega} & 0 & \frac{t_{93}}{i\omega} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t_{66} & -t_{56} & \frac{t_{56}}{i\omega} & -\frac{t_{76}}{i\omega} & \frac{t_{76}}{i\omega} & \frac{t_{96}}{i\omega} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -t_{65} & t_{55} & -\frac{t_{85}}{i\omega} & 0 & \frac{t_{105}}{i\omega} & -\frac{t_{95}}{i\omega} \\ 0 & 0 & -i\omega t_{28} & i\omega t_{18} & 0 & -i\omega t_{58} & t_{88} & -t_{78} & -t_{108} & t_{98} \\ 0 & 0 & i\omega t_{47} & -i\omega t_{37} & -i\omega t_{67} & i\omega t_{57} & -t_{87} & t_{77} & t_{107} & -t_{97} \\ 0 & 0 & i\omega t_{410} & -i\omega t_{310} & -i\omega t_{610} & i\omega t_{510} & -t_{810} & t_{710} & t_{1010} & -t_{910} \\ 0 & 0 & 0 & i\omega t_{39} & i\omega t_{69} & -i\omega t_{59} & t_{89} & -t_{79} & -t_{109} & t_{99} \end{pmatrix} \quad (7)$$

3. Для получения уравнений дисперсии необходимо найти корни характеристического уравнения. Характеристическое уравнение определяется из условия:

$$\det[P - \lambda E] = 0 \quad (8)$$

где P – важная для регулярных структур матрица, определяется как:

$$P = \frac{1}{2}(T + T^{-1}) \quad (9)$$

Для рассматриваемого случая матрица P имеет следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} & 0 & 0 & 0 & p_{37} & p_{38} & p_{39} & p_{310} \\ 0 & 0 & 0 & p_{33} & 0 & 0 & p_{47} & p_{48} & 0 & p_{410} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{55} & 0 & p_{57} & p_{58} & p_{59} & p_{510} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{55} & p_{67} & 0 & p_{69} & p_{610} \\ 0 & 0 & -i\omega p_{48} & i\omega p_{38} & 0 & -i\omega p_{58} & p_{77} & 0 & p_{79} & p_{710} \\ 0 & 0 & i\omega p_{47} & -i\omega p_{47} & -i\omega p_{67} & i\omega p_{57} & 0 & p_{77} & p_{89} & p_{810} \\ 0 & 0 & i\omega p_{410} & -i\omega p_{510} & -i\omega p_{610} & i\omega p_{510} & -p_{810} & p_{710} & p_{99} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i\omega p_{39} & i\omega p_{69} & -i\omega p_{59} & p_{89} & -p_{79} & 0 & p_{99} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Условие (8) совместно с (10) приводит к системе уравнений:

$$\begin{cases} \lambda - p_{11} = 0 \\ \lambda^4 + a\lambda^3 + b\lambda^2 + c\lambda - d = 0 \end{cases} \quad (11)$$

где a, b, c, d – коэффициенты выражаемые через элементы матрицы P .

Корни системы уравнений (11) выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= p_{11} \\ \lambda_2 &= \frac{1}{12} \left(-3a - 6\tau_2 - \sqrt{3 \left(6a^2 - 16b - 2\tau_1 \sqrt[3]{4} - \frac{4\sqrt{2}(b^2 - 3(ac + 4d))}{\tau_1} + \frac{3(a^3 - 4ab + 8c)}{\tau_2} \right)} \right) \\ \lambda_3 &= \frac{1}{12} \left(-3a - 6\tau_2 + \sqrt{3 \left(6a^2 - 16b - 2\tau_1 \sqrt[3]{4} - \frac{4\sqrt{2}(b^2 - 3(ac + 4d))}{\tau_1} + \frac{3(a^3 - 4ab + 8c)}{\tau_2} \right)} \right) \\ \lambda_4 &= \frac{1}{12} \left(-3a + 6\tau_2 - \sqrt{3 \left(6a^2 - 16b - 2\tau_1 \sqrt[3]{4} - \frac{4\sqrt{2}(b^2 - 3(ac + 4d))}{\tau_1} + \frac{3(a^3 - 4ab + 8c)}{\tau_2} \right)} \right) \\ \lambda_5 &= \frac{1}{12} \left(-3a + 6\tau_2 + \sqrt{3 \left(6a^2 - 16b - 2\tau_1 \sqrt[3]{4} - \frac{4\sqrt{2}(b^2 - 3(ac + 4d))}{\tau_1} + \frac{3(a^3 - 4ab + 8c)}{\tau_2} \right)} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \sqrt{2b^3 - 9acb + 72db + 27c^2 - 27a^2d + \sqrt{(2b^3 - 9acb + 72db + 27c^2 - 27a^2d)^2 - 4(b^2 - 3(ac + 4d))^3}} \\ \tau_2 &= \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{\tau_1}{3\sqrt[3]{2}} - \frac{2b}{3} + \frac{\sqrt[3]{2}(b^2 - 3ac - 12d)}{3\tau_1}} \end{aligned}$$

Поскольку $\cos k_i h = \lambda_i$, то из (12) следуют искомые уравнения дисперсии в явном аналитическом виде.

Последовательная подстановка численных значений в матрицы B, T, T^{-1}, P и корни системы уравнений (11) позволяет провести численный анализ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тлеукунов С.К., Зейтова Ш.С. Магнит-электрлік эффектсі бар анизотропты ортада магнитті-серпімді толқындардың таралуы // «Механиканың және машинажасаудың өзекті мәселелері» атты халықаралық ғылыми конференцияның материалдары, т.1, 330-333 б. Алматы, Қ.И. Сәтбаев атындағы ҚазҰТУ, 17-19 маусым, 2005.

2. Тлеукунов С.К., Билялова А.Б. Распространение пьезоупругих волн в анизотропных средах с магнитоэлектрическим эффектом // Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиноведения», т.1, с. 326-329. Алматы, КазНТУ им. К.И. Сәтпаева, 17-19 июня, 2005.

3. Тлеукунов С.К. Метод матрицанта. Павлодар, НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004, 151 с.

Подъяпольский Г.С. Отражение и преломление на границе двух сред в случае нежесткого контакта. Изв. АН СССР, Сер. Географическая, 1963, №4, с. 525-531.

4. Тлеукунов С.К. Об условиях контакта упругих сред с тонкой прослойкой. В кн. Математические вопросы теории распространения волн. Зап. научн. семин. ЛОМИ им. В.А. Стеклова АН СССР, т. 173, 1988, с. 163-166.

5. Тлеукунов С.К. О поглощении энергии и разрыве смещений на границах с нежесткими контактами. В кн. Математические вопросы теории распространения волн. Зап. научн. семин. ЛОМИ им. В.А. Стеклова АН СССР, т. 128, 1983, с. 166-171.

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар. Материал поступил в редакцию 15.08.2012 г.

А.Б. АЛЪЖАНОВ, М.К. ЖУКЕНОВ
МАГНИТЭЛЕКТРИК-ПЬЕЗОЭЛЕКТРИК ҚҰРЫЛЫМДАРДАҒЫ
ЭЛЕКТРМАГНИТТІК ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ТАРАЛУЫ ТУРАЛЫ

A.B. ALZHANOV, M.K. ZHUKENOV
ABOUT PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN
STRUCTURE OF MAGNITOELEKTRIK-PIEZOELECTRIC MATERIAL

Түйіндеме

Берілген физика-механикалық қасиеттерге ие болатын жасанды материалдарды жасаудың бір бағыты көп қабатты гетероқұрылымдар болып табылады. Осындай орталарда табиғаты әртүрлі толқындардың таралу заңдылықтарын зерттеу акусто-оптоэлектроникада әртүрлі құралдар мен құрылғыларды құрастыру үшін ерекше қызығушылық тудырады. Мұнда табиғаты әртүрлі толқындардың гетероқұрылымдардағы әрекеттесуін, олардың өзара трансформациясын, генерация мүмкіншілігін, толқындық процестерді басқаруды және күшеюін зерттеу аса перспективті және көкейкесті болып табылады. Толқындардың өзара трансформациясына, механикалық (серпімді) энергияның электрмагниттік энергияға және керісінше түрлендірілуіне әкелетін физикалық орталар пьезоэлектрлік, пьезомагниттік, магнитстрикциялық және бірқатар басқа эффекттерге ие болады. Бір-біріне әсер етумен, табиғаты әртүрлі толқындарды генерациялаумен бірге өтетін анизотропты ортадағы толқындық процестерді талдауда бірқатар мәселелер пайда болады. Біріншіден кристалдық анизотропты ортаның серпімді, диэлектрлік, пьезосерпімді және басқа материалдық қасиеттерді қосатын физика-механикалық параметрлердің көп болуы. Екінші, аса маңызды мәселе, изотропты орта үшін әзірленген математикалық аппаратты және физикалық ұғымдарды қолдану мүмкіншілігінің жоқтығы. Осы жұмыста матрицанттың матрицалық әдісі негізінде, жүқа қабаттардан тұратын, пьезоэлектрлік және магнитэлектрлік эффекттерге ие болатын гетероқұрылымдар қарастырылады. Аналитикалық түрде толқындар дисперсиясының теңдеулері алынған.

Resume

One of directions of creation of artificial materials with the set physico-mechanical properties is multilayered heterostructures. Research of laws of distribution of waves of the various nature in similar environments represents special interest for designing of various devices in akusto-optoelectronics. Thus the most perspective and actual is studying of interaction of waves of the various nature in heterostructures, their mutual transformation, possibility of generation, strengthening and management of wave processes. The physical environments leading to mutual transformation, transformation of mechanical (elastic) energy in electromagnetic and back, possess piezoelectric, piezomagnetic, magnetostrictive and a number of other effects. The analysis of wave processes in the anisotropic environments accompanied by interference, generation of waves of the various nature is connected with a number of serious problems. First, this abundance of the physico-mechanical

the decision of theoretical and applied problems of geophysics, seismology, mechanics of composite materials etc. Connected equations of movement and the heat conductivity equation differ complexity and an abundance of physical-mechanical parameters. In this connection the section of mechanics of a deformable firm body, - thermo elasticity intensively develops. Within the limits of this direction, leaning against use of certain physical-mechanical properties anisotropic environments, the connected thermal and mechanical fields are studied. In given article on the basis of a method matrizant construction of system of the differential equations of 1st order and a matrix of factors following from it for the thermo elastic waves extending in anisotropic triclinic system environment is considered.

УДК 534.2:537.2

**С.Қ. ТЛЕУКЕНОВ, М.Қ. ЖҮКЕНОВ
ИЗОТРОПТЫ ЖӘНЕ АНИЗОТРОПТЫ
ДИЭЛЕКТРЛІКТЕРДІҢ ШЕКАРАСЫНДАҒЫ
ЭЛЕКТРМАГНИТТІК ТОЛҚЫНДАРЫҢ ШАҒЫЛУ ЖӘНЕ
СЫНУ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІ ТУРАЛЫ**

Жұмыста матрицант әдісінің негізінде магнитэлектрлік эффектсі бар диэлектрлік орталардың бөліну шегінде электромагниттік толқындардың әсерлесуінің шектік шарттары шығарылды. Изотропты диэлектрлік ортамен магнитэлектрлік эффектсі бар анизотропты диэлектрлік ортаның шекарасындағы электрмагниттік толқынның шағылуы қарастырылған.

Магнитэлектрлік эффектсі бар орталардағы электромагниттік толқындық процесстерді зерттеу маңыздылығы әр-түрлі физика-механикалық эффекттер негізінде құралдар мен кондырғылар жасау үшін жаңа материалдарды іздеумен байланысты.

1. Магнитэлектрлік эффектсі бар орталарда электромагниттік толқындардың екіөлшемді таралуы материалдық қатынастары бар Максвелл теңдеулерімен сипатталады:

$$D_i = \varepsilon_0 \varepsilon_{ij} E_j - \alpha_{ij} H_j \quad (1)$$

$$B_i = \mu_0 \mu_{ij} H_j - \alpha_{ij} E_j \quad (2)$$

Материалдық қатынастар бар Максвелл теңдеулерін (1), (2), толқындық процесстерді сипаттау кезінде 1-ші ретті теңдеулер жүйесіне келтіруге болады:

$$\frac{d\vec{U}}{dz} = B\vec{U}; \quad \vec{U} = (E_y, H_x, H_y, E_x) \quad (3)$$

В матрицасының элементтерінің түрі:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & 0 & b_{14} \\ b_{21} & 0 & b_{23} & 0 \\ 0 & -b_{14} & 0 & b_{34} \\ -b_{23} & 0 & b_{43} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} b_{12} &= i\omega\mu_0\mu_1; & b_{14} &= i\omega\alpha_{\perp} \\ b_{21} &= i\varepsilon_0\left(\frac{k_x^2}{\beta}\varepsilon_2 + \omega\varepsilon_1\right); & b_{23} &= i\left(\frac{k_x^2}{\beta}\alpha_{11} + \omega\alpha_{\perp}\right) \\ b_{34} &= i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1; & b_{43} &= -i\mu_0\left(\frac{k_x^2}{\beta}\mu_2 + \omega\mu_1\right) \end{aligned} \quad (4)$$

мұнда $\beta = \omega(\alpha_{11}^2 - \varepsilon_0\varepsilon_2\mu_0\mu_2)$, α_{ik} - симметриялық емес тензор, ε_{ij} , μ_{ij} - ортаның диэлектрик және магниттік өтімділіктерінің тензорлары. ε_{ij} және μ_{ij} тензорлар тетрагоналды, тригоналды және гексагоналды сингонилардың анизотропиясына сәйкес келеді.

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{pmatrix}; \quad \tilde{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 \end{pmatrix}$$

2. Матрицант әдісінің шеңберінде магнитэлектрлік эффектісі бар анизотропиялық орталарда электромагниттік толқындардың таралуын сипаттайтын орташаландырылған матрицант келесі аналитикалық түрде жазылады:

$$T_{opt}^{\pm} = \left(\hat{\pi} + \frac{1}{2}E \right) \left(E \cos kz \pm \frac{B}{k} \sin kz \right) - \left(\hat{\pi} - \frac{1}{2}E \right) \left(E \cos \chi z \pm \frac{B}{\chi} \sin \chi z \right) \quad (5)$$

физика-механикалық параметрлердің тұрақты мәндерінде (5) матрицант (3) теңдеудің шешімі болып табылады:

$$\vec{U} = T\vec{U}_0 \quad (6)$$

(6) шешімінде тура және кері толқындардың қосындысы бар. Егер

$$\cos kz = \frac{1}{2}(e^{ikz} + e^{-ikz}); \quad \sin kz = \frac{1}{2}(e^{ikz} - e^{-ikz})$$

ескерсек, (5)-тен $z > 0$ және $z < 0$ бағыттары бойынша таралатын толқындар үшін матрицанттарды шығара аламыз

$$\begin{aligned} T_0^+ &= \frac{1}{2} \left(\hat{\pi} + \frac{1}{2}E \right) \left(E - \frac{B_0}{ik} \right) e^{-ikz} - \frac{1}{2} \left(\hat{\pi} - \frac{1}{2}E \right) \left(E - \frac{B_0}{i\chi} \right) e^{-i\chi z} \\ T_0^- &= \frac{1}{2} \left(\hat{\pi} + \frac{1}{2}E \right) \left(E + \frac{B_0}{ik} \right) e^{-ikz} - \frac{1}{2} \left(\hat{\pi} - \frac{1}{2}E \right) \left(E + \frac{B_0}{i\chi} \right) e^{-i\chi z} \end{aligned} \quad (7)$$

(5) және (7)-дегі

$$\hat{\pi} = \frac{\hat{P} - \tilde{P}_2 E}{\tilde{P}_1 - \tilde{P}_2} - \frac{1}{2}E; \quad \hat{P} = E + \frac{1}{2}B^2 h^2$$

\tilde{P}_1, \tilde{P}_2 - келесі шарттың салдары ретінде шығатын сипаттама теңдеулердің түбірлері

$$\det(\hat{P} - \lambda E) = 0$$

k және χ толқындық сандар, ω^2 дейін ω мүшелерінің сақталуымен электромагниттік толқындардың дисперсия теңдеулерінің жіктелуінен анықталады. Берілген жағдайда олар келесі түрде жазылады:

$$1 - \frac{k^2 h^2}{2} = \tilde{P}_1; \quad 1 - \frac{\chi^2 h^2}{2} = \tilde{P}_2$$

3. Шектік шарттар. Толқындардың екі жартылайкеңістіктің шегімен әсерлесуі кезіндегі толқындық өрістерге қойылатын шарттарды қарастырайық. Егер $z=0$ болса (7) матрицанттың түрі:

$$T_0^{\pm} = \frac{1}{2} E \mp R \quad (8)$$

R матрицасының түрі:

$$R = \frac{1}{2i} \left(\frac{k - \chi}{k\chi} \right) \pi B - \frac{1}{4i} \left(\frac{k + \chi}{k\chi} \right) B \quad (9)$$

Егер \vec{U}_P - түскен толқындардың өрісі, \vec{U}_R - шағылған толқындардың өрісі және \vec{U}_I - сынған толқындардың өрісі десек, онда

$$T_0^P \vec{U}_P + T_0^R \vec{U}_R = T_0^I \vec{U}_I, \quad z=0 \text{ кезінде}$$

немесе

$$\left(\frac{1}{2}E - R_0\right)\vec{U}_P + \left(\frac{1}{2}E + R_0\right)\vec{U}_R = \left(\frac{1}{2}E - R'\right)\vec{U}_I, \quad (10)$$

Орталардың тиісінде өрістердің үздіксіздігін ескерсек:

$$\vec{U}_P + \vec{U}_R = \vec{U}_I, \quad (11)$$

шығатыны:

$$R_0 \vec{U}_P - R_0 \vec{U}_R = R' \vec{U}_I, \quad (12)$$

(11)-ді ескергенде (12)-ші өрнек $\vec{U}_P, \vec{U}_R, \vec{U}_I$ векторлар үшін іздеген матрицалық түрдегі шектік шарттар.

(11) және (12)-де \vec{U}_R мен \vec{U}_I векторлар белгісіз. (11)-ді (12)-ге қойғанда

$$(R_0 + R')\vec{U}_R = (R_0 - R')\vec{U}_I, \quad (13)$$

осыдан шағылған толқындар үшін өрнек шығады:

$$\vec{U}_R = (R_0 + R')^{-1}(R_0 - R')\vec{U}_I, \quad (14)$$

Сынған сәулелердің өрісі \vec{U}_I , (11) өрнекпен анықталады.

4. (8)-гі R матрицасы келесі түрде өрнектеледі:

$$R = \frac{1}{2ik\chi(k+\chi)} [B_0^2 h^2 - (p_{11} + p_{22} - \Delta_0)E] \mathcal{B} \quad (15)$$

мұндағы

$$p_{11} = b_{12}b_{21} - b_{14}b_{23}, \quad p_{22} = b_{34}b_{43} - b_{14}b_{23}$$

$$\Delta_0 = \sqrt{(b_{12}b_{34} + b_{14}^2)(b_{21}b_{43} + b_{23}^2)} \quad (16)$$

Орталардың шекарасындағы шешулердің үздіксіздік шартының ескеруімен (10) немесе (12) шарттар шағылған, сынған және түске толқындар өрістерінің векторларына қойылатын шектік шарттардың матрицалық түрі болып табылады.

(16) өрнектің ескеруімен (15) теңдеуді шығару арқылы R матрицасының анық түрін шығаруға болады:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & r_{12} & 0 & r_{14} \\ r_{21} & 0 & r_{23} & 0 \\ 0 & -r_{14} & 0 & r_{34} \\ -r_{23} & 0 & r_{43} & 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

R матрицасының элементтері келесі түрде шығады:

$$r_{12} = \frac{1}{2ik\chi(k+\chi)} \Delta_1 (b_{12}\Delta_2 - b_{43}\Delta_1), \quad r_{14} = \frac{1}{2ik\chi(k+\chi)} \Delta_1 (b_{14}\Delta_2 + b_{23}\Delta_1)$$

$$r_{21} = \frac{1}{2ik\chi(k+\chi)} \Delta_2 (-b_{34}\Delta_2 + b_{21}\Delta_1), \quad r_{23} = \frac{1}{2ik\chi(k+\chi)} \Delta_2 (b_{14}\Delta_2 + b_{23}\Delta_1)$$

$$r_{34} = \frac{1}{2ik\chi(k+\chi)} \Delta_1 (b_{34}\Delta_2 - b_{21}\Delta_1), \quad r_{43} = -\frac{1}{2ik\chi(k+\chi)} \Delta_2 (b_{43}\Delta_2 + b_{12}\Delta_1)$$

мұнда

$$\Delta_1 = \sqrt{b_{12}b_{34} + b_{14}^2}, \quad \Delta_2 = \sqrt{b_{21}b_{43} + b_{23}^2}$$

5. Егер

$$R_0 + R' = \hat{\tau}^+, \quad R_0 - R' = \hat{\tau}^-$$

десек, онда

$$\vec{U}_R = (\hat{\epsilon}^+)^{-1} (\hat{\epsilon}^-) \vec{U}_P$$

$\hat{\epsilon}^+$ және $\hat{\epsilon}^-$ матрицаларының элементтері келесі түрде анықталады

$$\tau_{ij}^+ = r_{ij}^0 + r_{ij}', \quad \tau_{ij}^- = r_{ij}^0 - r_{ij}'$$

$$\vec{U}_R = G \vec{U}_P, \quad G = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & g_{13} & 0 \\ 0 & g_{22} & 0 & g_{24} \\ g_{31} & 0 & g_{33} & 0 \\ 0 & g_{42} & 0 & g_{44} \end{pmatrix}$$

G матрицасының элементтерінің түрі

$$g_{11} = \frac{\tau_{43}^+ \tau_{21}^-}{\Lambda_2^2} + \frac{\tau_{23}^+ \tau_{23}^-}{\Lambda_2^2}, \quad g_{13} = \frac{\tau_{43}^+ \tau_{23}^-}{\Lambda_2^2} - \frac{\tau_{23}^+ \tau_{43}^-}{\Lambda_2^2}$$

$$g_{22} = \frac{\tau_{34}^+ \tau_{12}^-}{\Lambda_1^2} + \frac{\tau_{14}^+ \tau_{14}^-}{\Lambda_1^2}, \quad g_{24} = \frac{\tau_{34}^+ \tau_{14}^-}{\Lambda_1^2} - \frac{\tau_{14}^+ \tau_{34}^-}{\Lambda_1^2}$$

$$g_{31} = \frac{\tau_{23}^+ \tau_{21}^-}{\Lambda_2^2} - \frac{\tau_{21}^+ \tau_{23}^-}{\Lambda_2^2}, \quad g_{33} = \frac{\tau_{23}^+ \tau_{23}^-}{\Lambda_2^2} + \frac{\tau_{21}^+ \tau_{43}^-}{\Lambda_2^2}$$

$$g_{42} = \frac{\tau_{14}^+ \tau_{12}^-}{\Lambda_1^2} - \frac{\tau_{12}^+ \tau_{14}^-}{\Lambda_1^2}, \quad g_{44} = \frac{\tau_{14}^+ \tau_{14}^-}{\Lambda_1^2} - \frac{\tau_{12}^+ \tau_{34}^-}{\Lambda_1^2}$$

$$\Lambda_1 = \sqrt{\tau_{12}^+ \tau_{34}^+ + \tau_{14}^+}, \quad \Lambda_2 = \sqrt{\tau_{21}^+ \tau_{43}^+ + \tau_{23}^+}$$

6. Шағылған және сынған толқындардың өрістері үшін өрнектер.

$$\vec{U}_R = (E_{yR}, H_{xR}, H_{yR}, E_{xR})$$

болғандықтан

$$\vec{U}_P = (E_{yP}, \beta E_{yP}, 0, 0)$$

деп есептеп, шағылған толқындардың өрісін шығарамыз

$$E_{yR} = g_{11} E_{yP}; \quad H_{xR} = \beta g_{22} E_{yP}$$

$$H_{yR} = g_{31} E_{yP}; \quad E_{xR} = \beta g_{42} E_{yP}$$

Сынған толқындардың өрісі (4) негізінде анықталады.

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982 г.
2. Вайнштейн Б.К., Современная кристаллография. Том-4. Наука, 1979 г.
3. Тлеукунов С.К., Оспанов А.Т. Изучение электромагнитных полей в анизотропных средах. – Алматы: Наука, 1985. – 176 с.
4. Тлеукунов С.К. О характеристической матрице периодически неоднородного слоя. В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. – Ленинград: Зап. научн. семин., ЛОМИ, 1987. - Т.165. - С. 177-181.
5. Тлеукунов С.К., Метод матрицанта, Павлодар, НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004г., 148 с.

6. Tleykenov S. The structure of propagator matrix and its application in the case of the periodical inhomogeneous media. Abstr. Semin. on Earthquake processes and their consequences Seismological investigations. 1989. - Kurukshetra, India. - P. 4.

7. Курманов А.А. Структура фундаментальных решений системы уравнений Максвелла для электромагнитных полей в анизотропных средах при наличии проводимости. Вестник ПГУ №3. г. Павлодар, 2004 г.

8. Тлеукунов С.К., Жукунов М.К. Магнитэлектрлік эффектісі бар біртекті және периодты біртекті ортада электромагниттік толқындардың таралуы. Вестник ПГУ №3. г. Павлодар, 2005г.

С. Торайгыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті. Павлодар қ. Материал 00.00.12 ж. редакцияға түсті.

С.К. ТЛЕУКЕНОВ, М.К. ЖУКУНОВ

О КОЭФФИЦИЕНТАХ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ИЗОТРОПНОГО И АНИЗОТРОПНОГО ДИЭЛЕКТРИКОВ

S.K. TLEUKENOV, M.K. ZHUKENOV

REFLECTIVITIES AND REFRACTIVES OF AN ELECTROMAGNETIC WAVES ON BORDER OF AN ISOTROPIC DIELECTRIC AND ANISOTROPIC OF A DIELECTRIC

Резюме

В работе в рамках метода матрицанта получено матричная форма граничных условий взаимодействия электромагнитных волн с границей раздела диэлектрических сред с магнитоэлектрическим эффектом. Рассматривается отражение электромагнитной волны на границе изотропной диэлектрической среды с анизотропной диэлектрической средой с магнитоэлектрическим эффектом.

Resume

In operation within the framework of a method of a matrixant the matrix shape a boundary requirement of interaction of electromagnetic waves with a demarcation of dielectric mediums with permanent-magnet by effect is obtained. The reflection of an electromagnetic wave on border of isotropic dielectric medium with anisotropic dielectric medium with permanent-magnet effect is considered.

**С.К. ТЛЕУКЕНОВ, Т.С. ДОСАНОВ, М.К. ЖУКЕНОВ
РАСЧЕТ ПОТОКОВ ЭНЕРГИИ ПРИ ОТРАЖЕНИИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ТМ ВОЛНЫ ОТ
АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ КЛАССА 42'2'**

Введение. Основные положения моделей физики сплошной среды, учитывающие взаимодействия полей различной физической природы, изложены в работах Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшица [1], Ж. Можена [2], Л. И. Седова [3, 4], А. С. Eringen, G. A. Maugin [5], Новацкого В. [6], И. Е. Тамма [7], Y. H. Pao [8], Y. H. Pao, K. Hutter[9], P. Penfield, H. A. Haus [10] и др.

Если рассматривать развитие отдельных направлений в волновой физике, то можно отметить, что успехи в области акустооптики, акустоэлектроники и оптоэлектроники в последнее время были обусловлены, например, тем, что для различных применений были созданы новые материалы с необычными свойствами. В частности, появились новые классы материалов, таких, как фотонные кристаллы, среды с негативной рефракцией и т.д., обладающие уникальными физическими характеристиками. Оказалось, что в этих средах распространение и отражение электромагнитных волн может происходить весьма необычным образом. Однако и в традиционных материалах микроэлектроники и оптоэлектроники, особенно в кристаллических средах, созданных в последние годы, могут наблюдаться необычные физические эффекты. Ожидается, что такие материалы в ближайшее время будут использованы в современных радиофизических и оптоэлектронных устройствах, а также в лазерной технике, оптике и спектроскопии для управления параметрами электромагнитного излучения.

В данной работе на основе метода матрицанта [11] проведен численный анализ задачи отражения электромагнитной ТМ волны на границе «изотропный диэлектрик – анизотропный кристалл класса 42/2' с пьезомагнитным эффектом».

Матрица коэффициентов. Определяющие соотношения для анизотропной среды с пьезомагнитным эффектом, как известно, имеют вид [1, 12]:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} - Q_{ijk}H_k \quad (1)$$

$$B_i = \mu_{ij}H_j + Q_{ijk}\varepsilon_{ij} \quad (2)$$

$$D_i = \varepsilon_{ij}E_j \quad (3)$$

где σ_{ij} – тензор напряжения, c_{ijkl} – тензор упругости;

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{l,k} + u_{k,l})$$

тензор деформации; Q_{ijk} – тензор пьезомагнитных коэффициентов; $\varepsilon_{ij}, \mu_{ij}$ – тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости; \vec{E} – напряженность электрического поля; \vec{H} – напряженность магнитного поля; \vec{B} – индукция магнитного поля; \vec{D} – вектор электрического смещения. Уравнения движения упругой среды [13]

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (4)$$

где ρ – плотность среды; \vec{u} – вектор смещения.

Уравнения Максвелла (вектор плотности тока $\vec{j} = 0$) [14]

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (5)$$

Анализ системы уравнений (1) – (5) в случае гармонических волн, проводится на основе метода разделения переменных и представления решения в виде [11]:

$$f(x, y, z, t) = f(z) \exp(i\omega t - imx - iny) \quad (6)$$

где m и n – компоненты волнового вектора.

Используя (6), система уравнений (1)–(5) приводится к эквивалентной системе дифференциальных уравнений первого порядка [15]:

$$\frac{d\vec{w}}{dz} = B\vec{w} \quad (7)$$

здесь $\vec{w} = (u_z, \sigma_{zz}, u_x, \sigma_{xz}, E_y, H_x, u_y, \sigma_{yz}, H_y, E_x)'$ – вектор столбец содержащий независимые характеристики упругого и электромагнитного полей; $B = B[c_{ijkl}(z), Q_{ijk}(z), \varepsilon_{ij}(z), \mu_{ij}(z), \rho(z), \omega, m, n]$ – матрица коэффициентов, элементы которой содержат в себе физико-механические параметры среды и частоту связанных упругих и электромагнитных волн.

Для сред тетрагональной сингонии классов 42/2' декартову систему координат установим так, чтобы ось z была параллельна оси четвертого порядка, ось x параллельна оси второго порядка, тогда тензор упругости характеризуется 6 различными модулями упругости. При наличии пьезомагнитного эффекта в такой среде, тензор пьезомагнитных

коэффициентов имеет 3 различных коэффициента. Тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости характеризуются 2 различными элементами [12].

$$c_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix}; Q_{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{15} & 0 & 0 \\ Q_{31} & Q_{31} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mu_{ij} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{pmatrix}; \varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$$

Структура матрица коэффициентов, позволяет определить, какие типы волн связаны между собой.

В случае распространения связанных упругих и электромагнитных волн в анизотропной среде класса 42/2/ с пьезомагнитным эффектом в плоскости xz (n=0):

$$\begin{cases} \frac{du_y}{dz} = \frac{1}{c_{44}} \sigma_{yz} + \frac{Q_{15}}{c_{44}} H_y \\ \frac{d\sigma_{yz}}{dz} = (m^2 c_{66} - \rho_2 \omega^2) u_y \\ \frac{dH_y}{dz} = -i\omega \varepsilon_{11} E_x \\ \frac{dE_x}{dz} = -i\omega \frac{Q_{15}}{c_{44}} \sigma_{yz} - i\omega \left(\mu_{11} + \frac{Q_{15}^2}{c_{44}} - \frac{m^2}{\omega^2 \varepsilon_{33}} \right) H_y \end{cases} \quad (8)$$

В однородной изотропной среде упругие волны не связаны с электромагнитной волной, поэтому для них в плоскости xz (n=0):

$$\begin{cases} \frac{du'_y}{dz} = \frac{2}{c'_{11} - c'_{12}} \sigma'_{yz} \\ \frac{d\sigma'_{yz}}{dz} = \left(\frac{2m^2}{c'_{11} - c'_{12}} - \rho_1 \omega^2 \right) u'_y \\ \frac{dH'_y}{dz} = -i\omega \varepsilon'_x E'_x \\ \frac{dE'_x}{dz} = -i\omega \left(\mu - \frac{m^2}{\omega^2 \varepsilon} \right) H'_y \end{cases} \quad (9)$$

Штрихи обозначают, то, что величина относится к изотропной среде.

Модули упругости изотропной среды c'_{11} и c'_{12} можно записать через коэффициенты Ламе: $c'_{11} = 2\mu_{\omega} + \lambda$, $c'_{12} = \lambda$.

Матричная формулировка задачи отражения. В работе [16] показано, что матрицант усредненной среды имеет вид:

$$\hat{T}_{\text{ср}} = \frac{\hat{P} - p_1 \hat{E}}{p_1 - p_2} \left(\hat{E} \cos kz + \frac{\langle \hat{B} \rangle}{k} \sin kz \right) + \frac{\hat{P} - p_2 \hat{E}}{p_2 - p_1} \left(\hat{E} \cos kz + \frac{\langle \hat{B} \rangle}{\kappa} \sin kz \right) \quad (10)$$

Здесь $\hat{P} = \hat{E} + \frac{\langle \hat{B} \rangle^2}{2} h^2$; p_1, p_2 – корни уравнения: $\text{Det}[\hat{P} - \lambda \hat{E}] = 0$; $p_1 = \cos kh$, $p_2 = \cos \kappa h$; h – период неоднородности [16].

Усредненный матрицант разлагается на матрицант прямых и обратных волн, т.е. волн распространяющихся вдоль положительного и отрицательного направлений оси z соответственно [17].

$$\begin{aligned} \hat{T}^+ &= \frac{1}{2(\kappa^2 - k^2)} \left((\hat{B}^2 + \kappa^2 \hat{E}) + \frac{i}{k} (\hat{B}^3 + \kappa^2 \hat{B}) \right) \exp(-ikz) \\ &\quad - \frac{1}{2(\kappa^2 - k^2)} \left((\hat{B}^2 + k^2 \hat{E}) + \frac{i}{k} (\hat{B}^3 + k^2 \hat{B}) \right) \exp(-i\kappa z) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\hat{T}^- = \frac{1}{2(\kappa^2 - k^2)} \left[\left((\hat{B}^2 + \kappa^2 \hat{E}) - \frac{i}{k} (\hat{B}^3 + \kappa^2 \hat{B}) \right) \exp(ikz) - \left((\hat{B}^2 + k^2 \hat{E}) - \frac{i}{k} (\hat{B}^3 + k^2 \hat{B}) \right) \exp(i\kappa z) \right]$$

Заметим, что \hat{T}^+ и \hat{T}^- отличаются только знаком k и κ .

На основе метода матрицанта падающую, отраженную и преломленную волны можно задать в виде (множитель $e^{i(\omega t - m z)}$ всюду опущен):

$$\vec{w}_{\text{пад}} = \hat{T}_1^+ \vec{w}_0, \vec{w}_{\text{отр}} = \hat{T}_1^- \vec{w}_r, \vec{w}_{\text{пр}} = \hat{T}_2^+ \vec{w}_r \quad (12)$$

где $\vec{w}_{\text{пад}} = (0, 0, H_y^{\text{пад}}, E_x^{\text{пад}})^t$; $\vec{w}_0 = (0, 0, H_0, E_0)^t$; $\vec{w}_{\text{отр}} = (u_y^{\text{отр}}, \sigma_{yz}^{\text{отр}}, H_y^{\text{отр}}, E_x^{\text{отр}})^t$;
 $\vec{w}_r = (u_r, \sigma_r, H_r, E_r)^t$; $\vec{w}_{\text{пр}} = (u_y^{\text{пр}}, \sigma_{yz}^{\text{пр}}, H_y^{\text{пр}}, E_x^{\text{пр}})^t$; $\vec{w}_t = (u_t, \sigma_t, H_t, E_t)^t$, причем
 выполняются следующие условия:

$$\vec{w}_{\text{пад}}(0) = \hat{T}_1^+(0)\vec{w}_0 = \vec{w}_0, \quad \vec{w}_{\text{отр}}(0) = \hat{T}_1^-(0)\vec{w}_r = \vec{w}_r, \quad \vec{w}_{\text{пр}}(0) = \hat{T}_2^+(0)\vec{w}_t = \vec{w}_t \quad (13)$$

Если среды жестко связаны должны выполняться граничные условия:

$$\hat{T}_1^+(0)\vec{w}_0 + \hat{T}_1^-(0)\vec{w}_r = \hat{T}_2^+(0)\vec{w}_t \quad (14)$$

$$\vec{w}_0 + \vec{w}_r = \vec{w}_t \quad (15)$$

Из условий (14) и (15) получаем:

$$\vec{w}_r = (\hat{T}_2^+(0) - \hat{T}_1^-(0))^{-1}(\hat{T}_1^+(0) - \hat{T}_2^+(0))\vec{w}_0 = \hat{G}\vec{w}_0 \quad (16)$$

Соотношение (17) определяет амплитуды отраженных волн.

Из (15) и (16) амплитуды преломленных волн:

$$\vec{w}_t = (\hat{E} + \hat{G})\vec{w}_0 \quad (17)$$

Для изотропной среды

$$\hat{T}_1^{\pm} = \begin{pmatrix} 1 & \pm \frac{ib'_{12}}{k_{u1}} & 0 & 0 \\ \pm \frac{ib'_{21}}{k_{u1}} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} e^{\pm ik_{u1}z} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \pm \frac{ib'_{34}}{k_{e1}} \\ 0 & 0 & \pm \frac{ib'_{43}}{k_{e1}} & 1 \end{pmatrix} e^{\pm ik_{e1}z} \quad (18)$$

$$k_{u1} = \sqrt{-b_{12}b_{21}}; \quad k_{e1} = \sqrt{-b_{34}b_{43}} \quad (19)$$

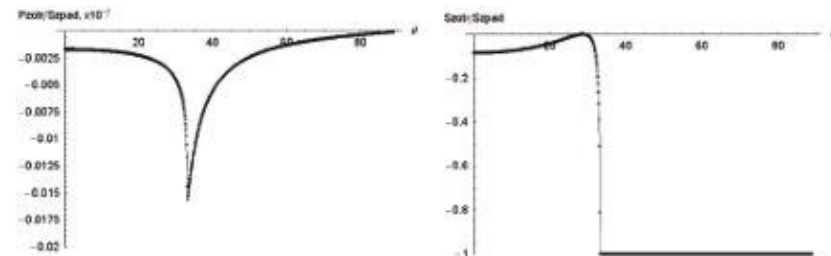
Для анизотропной среды класса 42/2/ с пьезомагнитным эффектом

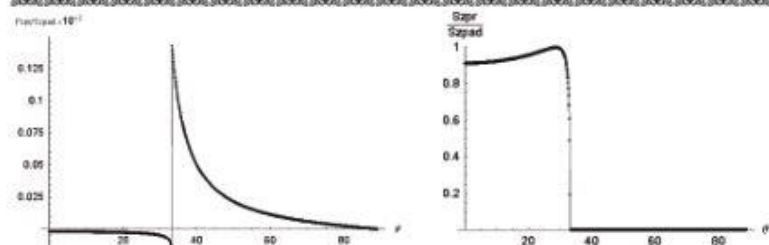
$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{34} \\ 0 & -i\omega b_{13} & b_{43} & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

Из (11) и (21) получаем матрицант прямых волн во второй среде. Нормальные составляющие волновых векторов упругой и электромагнитной волн во второй среде:

$$\left. \begin{aligned} k^2 = k_{u2}^2 \\ \kappa^2 = k_{e2}^2 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} \left(-b_{12}b_{21} - b_{34}b_{43} \mp (b_{12}b_{21} - b_{34}b_{43}) \sqrt{1 - \frac{4i\omega b_{13}^2 b_{21} b_{34}}{(b_{12}b_{21} - b_{34}b_{43})^2}} \right) \quad (21)$$

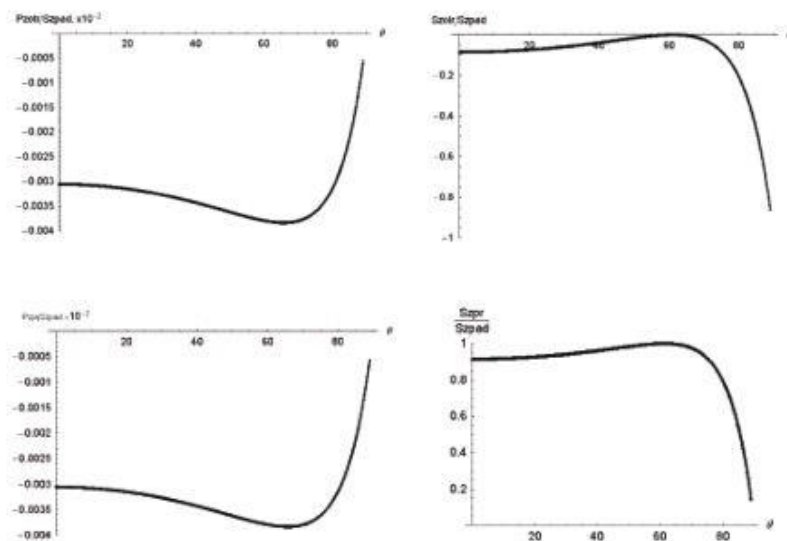
Численный расчет. Проведен численный расчет энергетических коэффициентов отражения и преломления. Энергетические коэффициенты отражения представляют собой отношение нормальных составляющих энергетических потоков отраженных к падающей $(\frac{P_z^{\text{отр}}}{S_z^{\text{пад}}}, \frac{S_z^{\text{отр}}}{S_z^{\text{пад}}})$, и, преломленных к падающей $(\frac{P_z^{\text{пр}}}{S_z^{\text{пад}}}, \frac{S_z^{\text{пр}}}{S_z^{\text{пад}}})$. Расчеты проведены для различных значений параметров изотропной и анизотропной сред. Ниже приведены графики для одного из наборов параметров первой и второй сред. $c'_{11} = 10^{10} \text{ Па}$, $c'_{12} = 0,4 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, $c_{44} = 10^{11} \text{ Па}$, $c_{66} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\rho_1 = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\varepsilon/\varepsilon_0 = 10$, $\varepsilon_{11}/\varepsilon_0 = \varepsilon_{33}/\varepsilon_0 = 3$, $\omega = 10^6 \text{ с}^{-1}$, $\mu/\mu_0 = \mu_{11}/\mu_0 = 1$, $Q_{15} = 10^3 \text{ Н/(А}\cdot\text{м)}$. При данных параметрах сред наблюдается аналог полного внутреннего отражения падающей электромагнитной волны. Из полученных графиков видно, что максимальное значение энергетических коэффициентов отражения и преломления упругих волн достигается при угле полного внутреннего отражения. Поток преломленной упругой волны направлен к границе раздела сред при углах меньших угла полного внутреннего отражения, и, направлен от границы при углах больших угла полного внутреннего отражения. Так как поток энергии преломленной упругой волны направлен к границе раздела сред, а z компонента волнового вектора преломленной упругой волны положительна, то это означает, что угол между фазовой и групповой скоростями волны больше 90 градусов.





Далее был проанализирован случай, при котором отсутствовало ПВО. Параметры первой и второй сред. $c'_{11} = 10^{10} \text{ Па}$, $c'_{12} = 0,4 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, $c_{44} = 10^{11} \text{ Па}$, $c_{66} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\rho_1 = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\varepsilon/\varepsilon_0 = 3$, $\varepsilon_{11}/\varepsilon_0 = \varepsilon_{33}/\varepsilon_0 = 10$, $\omega = 10^6 \text{ с}^{-1}$, $\mu/\mu_0 = \mu_{11}/\mu_0 = 1$, $Q_{15} = 10^3 \text{ Н/(А}\cdot\text{м)}$.

При данных значениях параметров сред, ПВО не наблюдается ни при каких углах падения ТМ волны. В этом случае, из полученных графиков видно, что максимальное значение энергетических коэффициентов отражения и преломления упругих волн достигается при аналоге угла Брюстера. Поток преломленной упругой волны направлен к границе раздела сред при всех углах падения.



Заключение. Таким образом, в данной статье были численно проанализировано поведение энергетических коэффициентов при отражении электромагнитной ТМ волны на границе «изотропный диэлектрик – анизотропный кристалл класса 42/2/ с пьезомагнитным эффектом». Также следует отметить то, что мы называем упругую сдвиговую волну во второй среде «преломленной» (хотя падает только электромагнитная ТМ волна) связано с тем, что в общем случае на границу раздела могут падать как упругая, так и электромагнитная волны.

Перечисленные выше особенности поведения энергетических коэффициентов связано, во-первых, с анизотропией второй среды, во-вторых, с наличием пьезомагнитного эффекта, а в-третьих, с тем, что скорость электромагнитной волны на несколько порядков больше скорости упругой волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.8. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982. – 623с.
2. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. – М.: Мир, 1991. – 560 с.
3. Седов Л. И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1983. – Т. 1. – 528 с.
4. Седов Л. И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1984. – Т. 2. – 560 с.
5. Eringen A. C., Maugin G. A. Electrodynamics of continua. – New York: Springer-Verlag, 1990. – Vol. 2. – 363 p.
6. Новацкий В. Электромагнитные эффекты в твердых телах. М.: Мир, 1986. 160 с.
7. Тамм И. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с.
8. Pao Y. H. Electromagnetic forces in deformable continua // Mechanics Today / Ed. By S. Nemat-Nasser. – New York etc.: Pergamon press, 1978. – Vol. 1. – P. 209–305.
9. Pao Y. H., Hutter K. Electrodynamics for moving elastic solids and viscous fluids // Proc. IEEE. – 1975. – Vol. 63, N. 7. – P. 1011-1021.
10. Penfield P., Haus H. A. Electrodynamics of moving media. – Cambridge: MIT, 1967. – 215 p.
11. Тлеукунов С.К. Метод матрицанта. Павлодар, НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004, 148 с.
12. Вайнштейн Б.К. Современная кристаллография: в 4-х т. / редкол.: Вайнштейн Б.К. (гл. ред.) и др. [предисл. Б.К. Вайнштейн] - М.: Наука, 1979. -4 т.
13. Новацкий В. Теория упругости. - М.:Мир, 1986.
14. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.2. Теория поля. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
15. Тлеукунов С.К., Орыбасаров К.А., Оспанов А.Т. Об упругих и магнитоупругих волнах в неоднородных и периодически неоднородных

средах. Теория и практика геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Тез. докл. Всесоюзного сем. им. О.Г. Успенского. Алма-Ата, 1990. С.146.

16. Тлеукунов С.К. О характеристической матрице периодически неоднородного слоя. В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. Зап. научн. семин., ЛОМИ, Т.165, 1987, С. 177-181.

17. Тлеукунов С.К., Досанов Т.С. К задаче отражения электромагнитной ТМ волны на границе раздела изотропного полупространства и анизотропной среды класса 42'2' с пьезомагнитным эффектом//«Вестник КазНПУ», 2007 г.

Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова, г. Павлодар. Материал поступил в редакцию 15.08.2012 г.

ТЛЕУКУНОВ С.К., ДОСАНОВ Т.С., ЖУКЕНОВ М.К.

42/2/ КЛАССЫНА ЖАТАТЫН АНИЗОТРОПТЫ ОРТА ШЕКАРАСЫНДА ТМ ЭЛЕКТРОМАГНИТТІК ТОЛҚЫНЫНЫҢ ШАҒЫЛУЫ КЕЗІНДЕ ЭНЕРГИЯ АҒЫНДАРЫНЫҢ ЕСЕПТЕУІ

TLEUKENOV S.K., DOSANOV T.S., ZHUKENOV M. K.

CALCULATION OF STREAMS OF ENERGY AT REFLECTION ELECTROMAGNETIC TM WAVES FROM THE ANISOTROPIC ENVIRONMENT OF THE CLASS 42'2'

Түйіндеме

Жұмыста матрицант әдісі негізінде изотропты диэлектрик және пьезомагнитті эффектісі бар 42/2/ классына жататын анизотропты орта шекарасында ТМ электромагниттік толқынының шағылуы қарастырылған. Сандық талдау негізінде байланысқан серпімді және электромагниттік толқындардың шағылу және сыну энергетикалық коэффициенттерінің тәртіп ерекшеліктері туралы маңызды қорытындылар жасалды. Толық шағылу кезінде, ішкі толық шағылу бұрышының шектік мәнінен кем электромагниттік толқындардың барлық түсу бұрыштарында сынған ығысу толқын ағыны ортаны бөлетін шекараға бағытталған. Ішкі толық шағылудың шектік бұрышында энергетикалық коэффициенттер максимал мәнге жетеді. Ішкі толық шағылу болмаған жағдайда сынған ығысу толқынының ағыны электромагниттік толқынның кез-келген түсу бұрышында ортаны бөлетін шекараға бағытталады. Түсу бұрышы Брюстер бұрышына тең болған жағдайда энергетикалық коэффициенттер максимал мәнге ие болады.

Resume

In given article on the basis of a method matricant the problem of reflection electromagnetic TM waves on border isotropic dielectric and the anisotropic environment of a class 42/2/ with piezomagnetic effect is considered. On the basis of the numerical analysis the important conclusions concerning features of behavior of energy coefficients of reflection and refraction of the connected elastic and electromagnetic waves are drawn. It is shown, that in the presence of total internal reflection the stream of the refracted shift wave is directed to border of section of environments at all corners of falling of an electromagnetic wave smaller a limiting angle of total internal reflection. The maximum value of energy coefficients of reflection is reached at limiting angle of total internal reflection. In the absence of total internal reflection the stream of the refracted shift wave is directed to border of section of environments at all angles of falling of an electromagnetic wave. The maximum value of energy coefficients of reflection is reached at falling angle which equal Brewster angle.